Les primitives

1. Savoir

	Cas particulier		Cas général	
Domaine de définition	Fonction	Primitive	Fonction	Primitive
$\mathbb{R}$ Et n ≠ -1	x^n	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + k$	$u'u^n$	$\frac{u^{n+1}}{n+1} + k$
$\mathbb{R}^* =$]-∞ ; 0[U] 0 ; +∞[	$\frac{1}{x}$	$\ln\lvert x\rvert + k$	$\frac{u'}{u}$	$\ln\lvert u\rvert + k$
$\mathbb{R}^* =$]-∞ ; 0[U] 0 ; +∞[Et n ≠ 1	$\frac{1}{x^n}$	$\frac{-1}{(n-1)x^{n-1}} + k$	$\frac{u'}{u^n}$	$\frac{-1}{(n-1)u^{n-1}} + k$
$\mathbb{R}_+^* =]0\,;+\infty[$	$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x} + k$	$\frac{u'}{\sqrt{u}}$	$2\sqrt{u} + k$
$\mathbb{R}$	e^x	$e^x + k$	$u'e^u$	$e^u + k$
$\mathbb{R}$	$\cos x$	$\sin x$	$u'\cos u$	$\sin u$
$\mathbb{R}$	$\sin x$	$-\cos x$	$u'\sin u$	$-\cos u$
$\mathbb{R}$	$\frac{1}{\cos^2 x}$ ou $1 + \tan^2 x$	$\tan x$		

2. Savoir-faire

2.1. Montrer qu'une fonction F est une primitive d'une fonction f

Soit F et f les fonctions définie sur$\mathbb{R}$ par F(x) = $x^2 + 3x - 1$ et f(x) = 2x + 3.
Montrer que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

Conseil : Pour montrer qu'une fonction F est une primitive d'une fonction f il faut vérifier que F est dérivable sur I puis que F'(x) = f(x).

Corrigé :

Comme F est un polynôme, alors F est dérivable, et F a pour dérivée : F'(x) = 2x + 3 = f(x). Donc F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

2.2. Déterminer une primitive particulière

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}_+$ par f(x) = $\frac{7}{(2x+1)^2}$

Déterminez la primitive F de f telle que F(3) = $\frac{3}{2}$

Conseil : après avoir vérifié la dérivabilité de f, on calcule d'abord l'ensemble des primitives de f, puis on calcule la valeur de k avec la condition donnée

Corrigé :

f est dérivable sur $\mathbb{R}_+$, donc continue sur cet intervalle, elle admet donc des primitives sur ce dernier.

Posons u(x) = 2x + 1, on a alors u'(x) = 2. On peut alors écrire : $f(x) = \frac{7}{2} \times \frac{2}{(2x+1)^2}$

Une primitive de $\frac{u'}{u^2}$ *est* $\frac{-1}{u}$ *donc une primitive F de f est* $\frac{7}{2} \times \frac{-1}{2x+1}$.

On a alors : F(x) = $\frac{7}{2} \times \frac{-1}{2x+1}$

Or on sait que F(3) = $\frac{3}{2}$*, d'où : F(3) =* $\frac{7}{2} \times \frac{-1}{2\times3+1} + k$ *=* $\frac{-1}{2} + k$*, d'où k = 2*

La primitive cherchée est F(x)= $\frac{-7}{2(2x+1)} + 2$

Yves Romani – yves.romani@live.fr